

平成 24 年度 京都大学大学院理学研究科 (数学・数理解析専攻)

数学系 入学試験問題

外国語

- ⊗ 問題は 2 題ある。2 題とも解答せよ。
- ⊗ 解答時間は 1 時間 である。
- ⊗ 辞書を用いてもよい。(ただし電子辞書は除く。)

[注意]

1. 指示のあるまで開かぬこと。
2. 解答用紙・下書用紙のすべてに、受験番号・氏名を記入せよ。
3. 解答は各問ごとに別の解答用紙を用い、問題番号を各解答用紙の枠内に記入せよ。
4. 1 問を 2 枚以上にわたって解答するときは、つづきのあることを用紙下端に明示して次の用紙に移ること。
5. 提出の際は、解答用紙を問題番号順に重ね、下書用紙をその下に揃え、記入した面を外にして一括して二つ折にして提出すること。
6. この問題用紙は持ち帰ってよい。

1 (1) 次の英文を和訳せよ。ただし式 (1) は省略してよい。

...

(原文省略)

...

(2) 上の英文の二重下線部で指摘されている「問題」はどのようなことか？ 具体的に例を挙げて日本語で説明せよ。

(出典：Michael Artin, “Algebra”, Prentice Hall, 1991)

2 問題 1, 問題 2 のうち 1 問を選んで 英語で答えよ。

問題 1. (1) 実数列 (a sequence of real numbers) $a_n (n \in \mathbb{N})$ が収束 (converge) することの定義を論理記号 \exists, \forall を使わずに述べよ。

(2) 実数列 $a_n = (-1)^n (n \in \mathbb{N})$ は収束しないことを収束の定義に従って示せ。

問題 2. (1) 正方行列の固有値 (eigenvalue) と固有ベクトル (eigenvector) の定義を述べよ。

(2) 次の行列は θ が π の整数倍でないとき実固有ベクトルを持たないことを示せ。

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\theta \in \mathbb{R}).$$